

# Modelo matemático y método alternativo para medir la densidad aparente de material cerámico crudo

O. RODRÍGUEZ P.<sup>1</sup> Y J. LÓPEZ C.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Universidad Central. Departamento de Ingeniería Electrónica. Facultad de Ingeniería  
Bogotá D. C. – Colombia

En el siguiente trabajo, se presentan los resultados experimentales y de medición de la Densidad Aparente (DAP) para material cerámico crudo utilizado en la fabricación industrial de baldosas para piso, frente al método de inmersión de mercurio. Los anteriores resultados se obtuvieron teniendo en cuenta la aplicación de un modelo matemático al DAP como función no lineal de parámetros como la temperatura, permitividad eléctrica relativa y variables como la humedad relativa HR, voltaje y frecuencia de resonancia, medidos con un dispositivo electrónico diseñado en la Universidad Central por el grupo de investigación en Estado Sólido y Optoelectrónica ESSOPTO y utilizado en el Centro de Investigación en Materiales Cerámicos de la UFPS – CIMAC de la Universidad Francisco de Paula Santander – Cúcuta Colombia.

*Palabras claves: densidad aparente, espesor, humedad relativa, permitividad eléctrica, voltaje*

## Mathematical modeling and alternative method to measure apparent density of raw ceramic material

In the following work, we are present the experimental results and give measurement the apparent density (APD) for raw ceramic material used in the industrial production tiles for floor, in comparison with the immersion mercury method. The previous results were obtained having in it counts the application a mathematical model to the APD like no lineal function that parameters like the temperature, electric relative permittivity and variables as the relative humidity HR, voltage and resonance frequency, measured with an electronic device designed in the Central University by the group of investigation in Solid State and Optoelectronic ESSOPTO and used in the Investigation Center in Ceramic Materials: UFPS - CIMAC at the University Francisco de Paula Santander – Cúcuta - Colombia.

*Key words: apparent density, thickness, relative humidity, electrical permittivity, voltage*

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Planteamiento del problema:

En el proceso de fabricación en línea de baldosas para piso y de caracterización de las propiedades electro mecánicas de material cerámico crudo, sin lugar a dudas lo constituye la Densidad Aparente (DAP), que refleja en sí el comportamiento de la resistencia mecánica, la dilatación térmica y las propiedades ópticas de los diferentes compuestos arcillosos de esta clase de materiales. En la actualidad el método más utilizado y aceptado por la mayoría de las empresas productoras de baldosas para piso, a nivel de laboratorio para la determinación del DAP, es el procedimiento de inmersión en mercurio de muestras (probetas) fabricadas en laboratorio y de muestras cortadas de una baldosa sacada de producción. Esta técnica a parte de ser altamente tóxica, no ofrece ningún otro dato sobre las propiedades electromagnéticas de dichos compuestos como: conductividad eléctrica  $\sigma$  y térmica  $\sigma_r$ , impedancia  $Z$ , susceptibilidad magnética  $\chi$ , entre otras. Dentro de las variables experimentales a tener en cuenta, está la impedancia compleja  $Z$ , la humedad relativa RH, la permitividad eléctrica  $\epsilon$  y la frecuencia de resonancia  $w$  del campo eléctrico aplicado a las muestras.

Por la anterior razón, en el laboratorio de Estado Sólido y Optoelectrónica de la Universidad Central en Bogotá - Colombia, se diseñó un dispositivo electrónico que determina el DAP de probetas industriales de material cerámico crudo y en el laboratorio de materiales cerámicos de la Universidad Francisco de Paula Santander de la Ciudad de Cúcuta – Colombia, se estableció un procedimiento experimental conducente a determinar dicha propiedad y compararla contra el método de mercurio.

## 2. MODELO TEÓRICO

Partiendo de los desarrollos teóricos presentados por [4] y [5] para el cálculo de la permitividad eléctrica de material cerámico, el comportamiento del DAP como una función de múltiples variables, entre ellas: RH - humedad relativa, V - voltaje generado por las muestras bajo la acción de un campo eléctrico uniforme,  $\epsilon$  - permitividad eléctrica,  $w$  - frecuencia de resonancia, entre otras; ha sido uno de los objetivos

principales de estudio del grupo de investigación ESSOPTO en la Universidad Central.

Para poder determinar el valor del DAP para muestras de material cerámico crudo, tanto teórica como experimentalmente, se propone un modelo de capacitores en serie, constituido por el material a analizar, las placas o armaduras del capacitor y el aire que pueda presentarse entre ellos. Por lo anterior, el volumen total se evalúa como:

$$D_{ap} = \frac{M_H + M_S}{V_S + V_A + V_H} \quad (1)$$

Donde:

$$d_H = \frac{M_H}{V_H} \quad d_S = \frac{M_S}{V_S}$$

- volumen y masa del agua; - masa y volumen del sólido.

Reemplazando las anteriores expresiones en la ecuación (1), el valor del DAP sería:

$$D_{ap} = \frac{d_H M_S}{d_H (V_S + V_A) - X (d_H (V_S + V_A) - M_S)} \quad (2)$$

Donde:

$$X = \frac{M_H}{M_H + M_S}$$

- se define como la razón de agua respecto de la masa total.

Ahora, teniendo en cuenta la premisa del sistema en serie de capacitores, en el cual la capacitancia se evalúa como:

$$\frac{1}{C} = \frac{\frac{L_A}{\epsilon_0} + \frac{L_H}{k_H} + \frac{L_S}{k_S}}{A} \quad (3)$$

El valor del DAP a calcular sería:

$$D_{ap} = \frac{k_H k_S d_H d_S (CL_T - A \epsilon_0)}{CL_T (X (\epsilon_0 (k_H d_H - k_S d_S) + k_H k_S (d_S - d_H)) - k_H d_H (\epsilon_0 - k_S))} \quad (4)$$

Donde:  $\epsilon_0$  – permitividad eléctrica del aire;  $k_H$  – permitividad eléctrica relativa del agua;  $k_S$  – permitividad eléctrica relativa del sólido;  $L_T$  – distancia total entre placas del capacitor;  $A$  – área de una de las placas del capacitor.

Por lo anterior, el valor del DAP como función de distribución tendrá la forma:

$$DAP = f(RH, w, V, \epsilon, d \dots) \quad (5)$$

Donde:  $d$  – espesor de la muestra.

En este modelo, es necesario tener en cuenta que el material es una configuración de fases (aire/sólido, sólido/agua, agua/aire) y que las propiedades físicas anteriormente mencionadas varían en cada dirección de movimiento en el material. Por la anterior razón, el vector de polarización dependerá de: humedad relativa (RH), grado de porosidad, presión de prensado (pp), densidad aparente (DAP), permitividad eléctrica, temperatura, entre otras. Cuando una onda electromagnética se empieza a propagar en el material, la permitividad eléctrica relativa  $\epsilon_r$  varía con la distancia de propagación y frecuencia de oscilación de la onda de la siguiente forma:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{P}{E} \left( H + \frac{f(w) - 1}{a(w)} \right) \quad (6)$$

$$d = e^{-x} (ax^3 - bx^2 + cx - d1/1000)$$

Donde los coeficientes  $P$  – vector de polarización;  $E$  – campo eléctrico;  $H$  – humedad relativa de la muestra;  $f(w)$  y  $a(w)$  – funciones de calibración.

Al someter un material arcilloso de estructura anisotrópica a la acción directa de un campo eléctrico  $E$  uniforme, generado entre dos placas planas (capacitor), la función de potencial  $V$  generada por la muestra depende de la distancia entre las placas o espesor de la siguiente forma:

$$V(d) = V_0 \left( \frac{\sum_{i=1}^{n-1} a_i d^i}{\sum_{i=1}^n b_i d^i} \right) \quad (7)$$

Donde:  $V_0$  – valor máximo del potencial;  $d$  – distancia entre placas o espesor de la muestra.

Los anteriores modelos teóricos describen la forma de polarización del material y el comportamiento mismo del campo eléctrico en el interior de la muestra. Dependiendo de la intensidad del campo  $E$ , el proceso de polarización se va amortiguando a medida que el campo va penetrando en la estructura amorfa del material, lo que conduce a generar una variación en la frecuencia de resonancia con la distancia de avance. Es por esta razón que el DAP se convierte en una función de múltiples variables, incluido el factor geométrico o factor estructural del material, y el que es más importante, la RH.

### 3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para el desarrollo experimental del presente trabajo, inicialmente se hicieron las primeras mediciones del DAP de más de 250 muestras industriales de material cerámico crudo medidas por dos métodos: a) por inmersión de mercurio y b) por el método capacitivo propuesto en el presente trabajo. Los primeros datos encontrados del comportamiento del DAP al comparar los dos métodos arrojaron una desviación

y tendencia de las curvas del método capacitivo contra el de mercurio en promedio en un 4,18%, lo que condujo a corregir en el modelo matemático el espesor de las muestras. Posteriormente en el Centro de Investigación en Materiales Cerámicos de la UFPS – CIMAC de la Universidad Francisco de Paula Santander – Cúcuta Colombia, se prepararon 270 probetas entre industriales y de laboratorio, con diferente grado de compactación que osciló entre 30 y 50 bares, con valores de la RH entre 5 y 12 % y se compararon las curvas experimentales obtenidas del DAP por los métodos anteriormente citados.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El proceso de medición del DAP por el método de inmersión de mercurio y por el método electrónico capacitivo, se resume en el comportamiento de las figuras 1 y 2, en donde el eje horizontal corresponde al número de muestra.

En las dos anteriores, figuras 1 y 2, se ve la influencia de la frecuencia en el comportamiento del DAP calculado por el método electrónico capacitivo sin que exista de por medio un método tóxico o peligroso para el usuario, como es el caso del uso del mercurio.

Por otro lado, los resultados obtenidos en la Ciudad de Cúcuta se muestran en las figuras 3 y 4.

El comportamiento dinámico del material en el rango de 10 a 200 KHz, da como resultado inicialmente, la activación de los modos normales de oscilación de los dipolos de la estructura del H<sub>2</sub>O cercanos a los 21.4 KHz, y posteriormente por efecto de colisión, la activación en la medida del aumento de la frecuencia de los dipolos de la red propiamente dicha.

##### 4.1. Modelo matemático ajustado

De las primeras mediciones experimentales del DAP, se vislumbró la influencia del espesor de las muestras entre 0,1 y 3,5 mm, en el comportamiento general de las curvas obtenidas

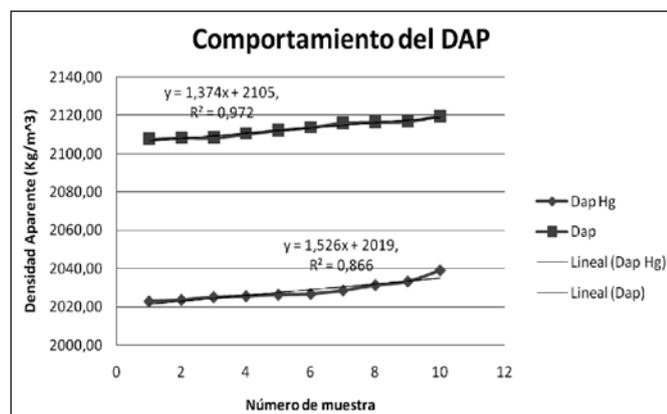


Figura 1. Comparación del DAP para muestras cerámicas crudas cuando la frecuencia de resonancia es de 128 KHz

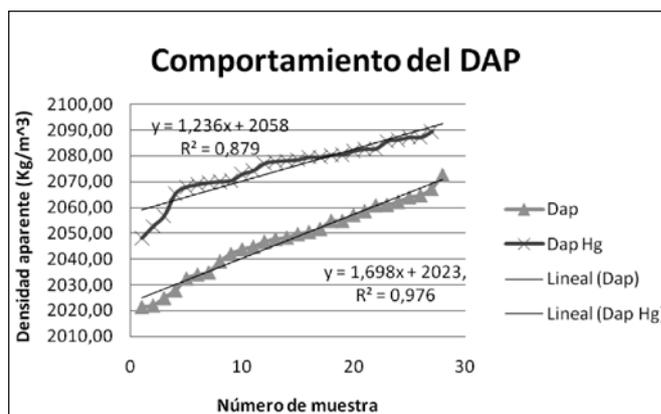


Figura 2. Comparación del valor de DAP para muestras cerámicas crudas cuando la frecuencia de resonancia es de 108 KHz.

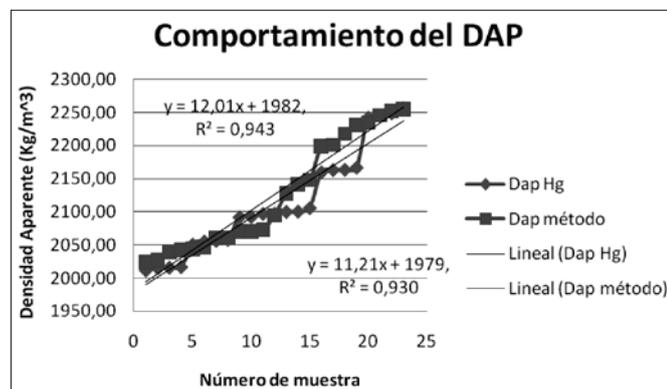


Figura 3. Comportamiento del DAP para muestras cerámicas crudas preparadas en el laboratorio del Centro de Investigación en Materiales Cerámicos de la UFPS – CIMAC de la Universidad Francisco de Paula Santander – Cúcuta Colombia utilizando una frecuencia de oscilación del campo eléctrico aplicado de 109 KHz.

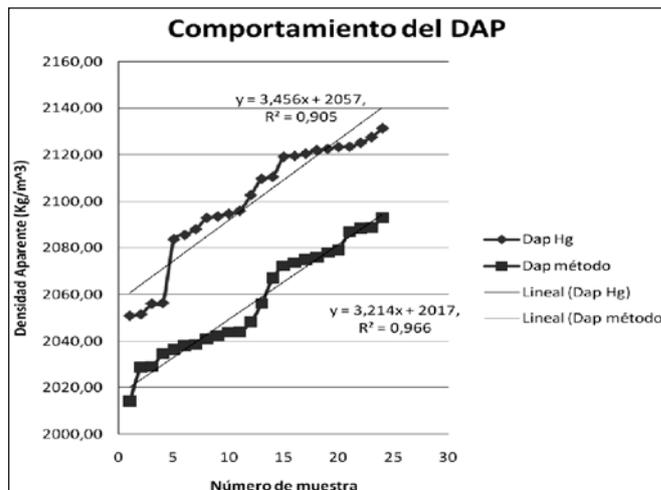


Figura 4. Comportamiento del DAP de muestras industriales facilitadas por la Empresa Cerámica Italia sucursal Cúcuta – Colombia y medidas en el laboratorio de materiales cerámicos de la Universidad Francisco de Paula Santander. El valor de la frecuencia de oscilación del campo eléctrico aplicado fue de 110 KHz

frente a los valores por inmersión de mercurio, lo que condujo a expresar la distancia o espesor de las muestras de la siguiente forma:

$$d = e^{-x} (ax^3 - bx^2 + cx - d1/1000) \quad (8)$$

Los coeficientes asociados  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d1$  del polinomio se deducen del comportamiento simulado de la gráfica de voltaje vs distancia.

Dejando aparte el método electrónico de medición del DAP para muestras cerámicas crudas, el modelo matemático puede ajustar los valores experimentales a los valores obtenidos por el método de mercurio en un 99,9%, pues en el modelo teórico se contempla la fuerte influencia de la permitividad eléctrica relativa  $\epsilon_r$  en el cálculo del DAP y específicamente en el comportamiento de la frecuencia de resonancia. Para demostrar esto, se escogieron al azar grupos de muestras medidas en Cúcuta y se les aplicó el modelo. Los resultados de esto se presentan en las figuras 5 y 6.

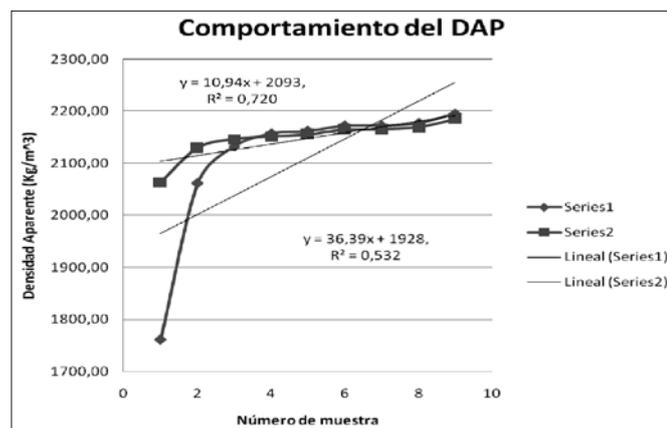


Figura 5. Comparación del DAP para muestras cerámicas medidas en la Ciudad de Cúcuta a las que se les aplicó el modelo matemático propuesto en el presente trabajo.

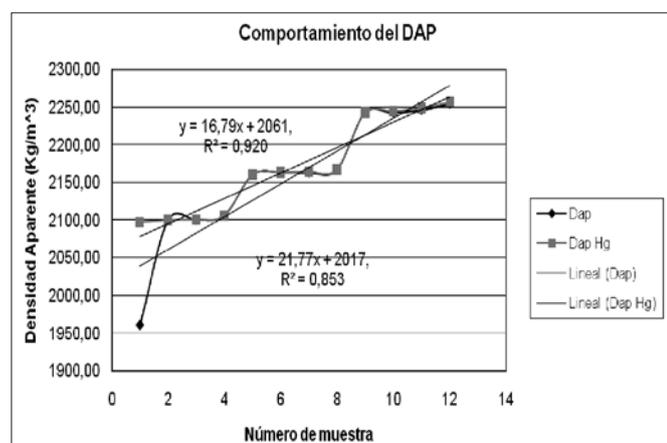


Figura 6. Comparación del DAP para varios grupos de muestras cerámicas industriales cuyos valores fueron obtenidos en el laboratorio de materiales cerámicos de la Universidad Francisco de Paula Santander en la Ciudad de Cúcuta – Colombia, a las que se les aplicó el modelo matemático propuesto en el presente trabajo

## 5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Teniendo en cuenta la hipótesis planteada en el marco teórico sobre el comportamiento anisotrópico de las muestras cerámicas, objeto de estudio, las figuras 1 - 4 demuestran el comportamiento del DAP sin el ajuste al modelo teórico planteado, mientras que en las figuras 5 y 6, las curvas siguen la misma trayectoria y tendencia, aplicando el modelo, esto se logra ajustando el valor de la frecuencia de resonancia para cada muestra.

## 6. CONCLUSIONES

Por su estructura anisotrópica, considerar una forma específica de distribución del compuesto no es apropiado, por lo que el proceso de polarización que se genera al interior de las muestras, hace que la señal electromagnética se amortigüe de tal forma que esto hace variar la frecuencia de resonancia con la distancia de recorrido del campo eléctrico en la muestra, que en otras palabras, se aproxima al espesor de la misma. Lo anterior genera una distribución no homogénea de la energía en el volumen de las probetas o muestras cerámicas, conduciendo así a hacer variar el DAP de las mismas.

En el presente informe queda de manifiesto que el volumen de las muestras es poco relevante a la hora de determinar experimentalmente el valor del DAP, lo mismo que las deformaciones que pueda presentar una muestra en su superficie.

El presente modelo teórico – experimental, en su aplicación industrial, tiene un futuro prometedor en la medida en que el circuito electrónico se adapte y se calibre de tal manera que responda exactamente a las exigencias de la industria cerámica mundial, eliminando de esta forma el uso de la técnica de inmersión en mercurio, satisfaciendo además las exigencias internacionales de calidad y control ambiental.

## BIBLIOGRAFIA

1. Y. V. Serdyuk, et al. Numerical Simulations and Experimental Study of Frequency – Dependent Dielectric Properties of Composite Material with Stochastic Structure. IEEE transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. Vol. 11, No. 3, June 2004.
2. Y. Du, et al. Moisture and Temperature Effects on the Dielectric Spectrum of Transformer Pressboard. Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena. 2002
3. J. C. Duncan, and R. D. L. Marsh, Wide Frequency Range Dielectric Spectroscopy (Application to Food Materials). IEEE 5<sup>th</sup> International Conference on Conduction and Breakdown in Solid Dielectrics. 1995
4. O. Rodríguez P., Determinación de la influencia del factor estructural en el comportamiento de la permitividad relativa de materias primas cerámicas naturales bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. XLIII Congreso de la Sociedad de Cerámica y Vidrio. Manises, España. 19 – 22 Noviembre de 2003
5. E. Tuncer, Y. V. Serdyuk, and S. M. Gubanski, Dielectric Mixtures : Electrical Properties and Modeling. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. Vol. 9 No. 5, October 2002.
6. J. Harris Duncan, et al. Novel exchange mechanisms in the surface diffusion of oxides. Letter to the editor. Journal of Physics: Condensed mater. 16 L187 – L192 (2004)
7. O. Rodríguez P., Calculation of the relative humidity of raw ceramic material doped with  $(\text{CuSO}_4(\text{ZnO}/\text{SnO}_2)+\text{H}_2\text{O})$  using the characterization in frequency. ICC Toronto Canada. Junio 23 – 30 2006.
8. G. L. Kellogg, and P. J. Feibelmann, Surface self – diffusion on PT (001) by an atomic exchange mechanism. Phys. Rev. Lett. 64 3147 (1990)
9. R. Tromp, Novel exchange mechanisms in the surface diffusion oxides. Nat. Mater. 2 212 (2003)
10. G. Henkelman, and H. Jonsson, Surface diffusion atoms go underground. J. Chem. Phys. 115 9657. (2001)
11. A F D'Souza, Design of control systems. Prentice Hall international. 1999.

Recibido: 11-11-08

Aceptado: 10-4-09