

# Transferencia de carga entre las fibras de materiales compuestos de matrices frágiles

A. MARTÍN MEIZOSO, J.M. MARTÍNEZ ESNAOLA, J. GIL SEVILLANO, I. PUENTE, J.M. SÁNCHEZ, M.R. ELIZALDE,  
A.M. DANIEL, M. FUENTES

Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipúzcoa (CEIT). Paseo de Manuel Lardizábal, 15, 20009 - San Sebastián  
Escuela Superior de Ingenieros Industriales de San Sebastián. Universidad de Navarra, Paseo Manuel de Lardizábal, 13, 20009 - S. Sebastián

En los materiales compuestos con matrices cerámicas o vítreas y refuerzos de fibras continuas o largas, la matriz se agrieta durante el proceso de carga y alcanza un estado de saturación. A partir de ese momento, las fibras que unen ambos lados de las grietas de la matriz soportan toda la carga en esos planos. Con cargas superiores, las fibras comienzan también a romperse. La hipótesis habitual es que la carga que soporta la fibra que se rompe se reparte uniformemente entre las demás fibras intactas. La evidencia experimental y el modelo matemático que se presenta muestra que esto no es así. La carga se redistribuye en función de la proximidad de las fibras con la fibra rota. El cálculo aproximado de la redistribución de la carga se realiza por superposición de la solución de Boussinesq de un indentador sobre un sólido semi-infinito. Un procedimiento iterativo permite resolver el problema tras la rotura de cada fibra. Los resultados muestran que la transferencia es muy localizada cuando la fracción de fibras rotas es pequeña y cómo se aproxima a la hipótesis de una transferencia global cuando la fracción de fibras rotas es alta.

*Palabras clave: materiales compuestos, redistribución de la carga en las fibras, matrices frágiles.*

## Fibre load redistribution in composite materials with brittle matrices

When a composite material with a brittle matrix is loaded, first the matrix is cracked until reaching a matrix crack saturation. In this situation, all the load is carried by the fibres through the matrix cracks. Further loads produce fibre fractures. The usual assumption is that the load carried by the broken fibre is redistributed in a global manner, that is, that the unbroken fibres share evenly the load previously carried by the broken fibre. The experiments and the mathematical model presented in this paper show that it is not the case. The fibre load redistribution is computed by superposition of Boussinesq solution for an indenter on a semi-infinite elastic solid. An iterative procedure is used to compute the solution for the fibre load redistribution. The obtained results show that the load redistribution is highly localised when the volume fraction of broken fibres is small and gently shift to the global redistribution when the fraction of broken fibres is large.

*Key words: composite materials, fibre load redistribution, brittle matrices.*

## 1. INTRODUCCION

Si la redistribución de la carga tras la rotura de una fibra tuviera lugar de una forma global, la fractura de un haz de fibras tendría lugar de una forma estable y la distribución de las longitudes de fibras extraídas ("pullout") sería uniforme sobre la superficie de fractura del material compuesto. Sin embargo, la evidencia experimental muestra fracturas inestables y se observan mechones de fibras más largas en las esquinas y laterales de las probetas de tracción. En consecuencia, la hipótesis de un reparto global de la carga predice comportamientos que no se observan en la práctica (1-5).

## 2. DESCRIPCION DEL MODELO

A continuación se describe un método que permite calcular la redistribución de la carga entre las fibras intactas. Si supone-

mos que la fibra rota transmitía una determinada carga a través del plano de la grieta en la matriz, la carga que transmite tras la fractura, se reduce, pues sólo soporta carga debido a la fricción con la matriz. Si designamos por  $P$  a esta reducción en la carga transmitida por la fibra rota, podemos aplicarla sobre un indentador cilíndrico con el radio de la fibra rota. Si la matriz es infinitamente rígida y suponiendo que no aparece flexión sobre la probeta, la situación es la representada en la Fig. 1. Todas las fibras intactas alargan la misma cantidad, por tanto, el incremento de tensión sobre las fibras intactas es idéntico y, en consecuencia, se verifica la situación de un reparto global de la carga.

En realidad, los materiales compuestos no son infinitamente rígidos y el indentador produce unos desplazamientos sobre la superficie del material indentado. Estos desplazamientos, para un material isótropo, fueron calculados por Boussinesq (6-7). Desde el punto de vista de la matriz, la fibra rota puede substituirse por un indentador cuya carga es compensada por

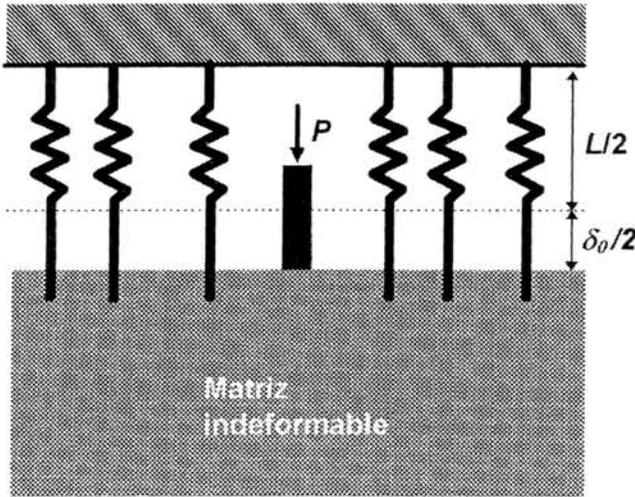


Fig. 1. Alargamiento de las fibras tras la rotura de una fibra con una reducción de su carga P. Se supone una matriz indeformable y que no existen efectos de flexión. Las fibras intactas se representan por muelles.

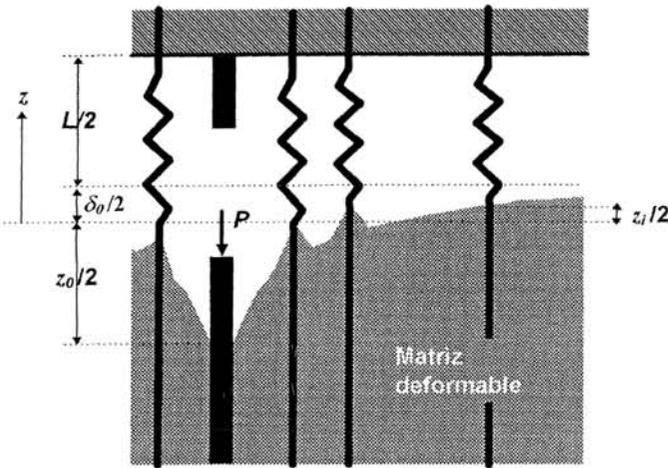


Fig. 2. Sobre una matriz deformable, la reducción de carga que soporta la fibra rota indenta la matriz de material compuesto. A su vez, las cargas transmitidas a las fibras intactas producen pequeñas indentaciones en dirección contraria.

indentaciones en la dirección contraria producidas en los puntos de anclaje de las fibras intactas. Los desplazamientos verticales de estos puntos pueden calcularse por superposición de la solución de Boussinesq. Estos desplazamientos verticales producen unos alargamientos de las fibras intactas que deberán ser compatibles con las cargas de las fibras intactas.

Empleando este modelo, se puede calcular la transferencia de carga entre las fibras. Si suponemos inicialmente un reparto global de la carga, la carga sobre las fibras intactas será:

$$F_i = P \frac{A_i}{A_f} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_f - 1 \quad [1]$$

donde  $N_f$  es el número de fibras en la sección,  $A_i$  representa la sección de la fibra  $i$ -ésima y  $A_f$  es el área total de fibras intactas en la sección:

$$A_f = \sum_{i=1}^{N_f-1} A_i \quad [2]$$

Superponiendo la solución de Boussinesq para una carga puntual sobre la superficie de un sólido semi-infinito (véase la Fig. 2), los desplazamientos en su superficie son:

$$\frac{z_i}{2} = \frac{0.54 F_i (1 - \nu^2)}{E R_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_f} \frac{F_j (1 - \nu^2)}{\pi E d_{ij}} \quad [3]$$

donde el primer término representa el desplazamiento medio producido por una carga uniformemente distribuida sobre la fibra, y el segundo representa la contribución de las cargas que actúan sobre el resto de las fibras.  $R_i$  es el radio de la fibra,  $d_{ij}$  es la distancia entre las fibras  $i$  y  $j$ ,  $E$  es el módulo de Young del haz y  $\nu$  el módulo de Poisson. Sin pérdida de generalidad, se supone que la fibra rota es la  $N_f$ -ésima.

Estos desplazamientos sobre la superficie producen unos alargamientos de las fibras y, en consecuencia, un aumento en las cargas sobre las fibras:

$$F_i' = \frac{(\delta_0 - z_i) E_f A_i}{L} \quad [4]$$

donde  $E_f$  representa el módulo de Young de las fibras,  $L$  la longitud inicial de las fibras y  $\delta_0$  es el desplazamiento uniforme entre los labios de la grieta, como se muestra en la Fig. 1 para una matriz indeformable. Este desplazamiento uniforme,  $\delta_0$ , se modifica para mantener las condiciones de equilibrio:

$$\sum_{i=1}^{N_f-1} F_i' = P = \sum_{i=1}^{N_f-1} F_i \quad [5]$$

entonces,

$$\delta_0 = \frac{P}{A_f} \left( \frac{L}{E_f} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_f} A_i z_i \right) \quad [6]$$

Las cargas resultantes sobre las fibras,  $F_i'$ , no necesariamente coinciden con la hipótesis inicial,  $F_i$  (transferencia global). Estas cargas,  $F_i$ , se pueden modificar poco a poco para refinar el cálculo de las cargas sobre las fibras. El procedimiento se repite desde el cálculo de los desplazamientos,  $z_i$  (ecuación [3]), hasta que las diferencias entre ambas cargas:  $F_i'$  y  $F_i$ , sean tan pequeñas como se desee. Si se prefiere, se puede plantear un método variacional para la resolución del problema. La descripción de este método de minimización de energía potencial complementaria es bastante más extensa, véase la referencia (8).

Las cargas obtenidas para las fibras verifican las condiciones de equilibrio de fuerzas verticales, son compatibles los desplazamientos sobre la superficie de acuerdo con la solución exacta del problema elástico para un medio semi-infinito (Boussinesq) y encajan los alargamientos de las fibras con las cargas. Satisfechas todas estas condiciones, la teoría de la elasticidad nos garantiza que esta es la única solución del problema.

### 3. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El modelo descrito en el apartado anterior se ha empleado para simular el comportamiento de haces de SiC/SiC compuestos por 500 fibras distribuidas sobre una sección elíptica

TABLA I  
DATOS EMPLEADOS EN LA SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UN HAZ DE SiC/SiC

Parámetro	Símbolo	Valor
Módulo de Poisson del haz (compuesto)	$\nu$	0.2
Módulo de Young del haz (compuesto)	$E$	340 GPa
Módulo de Young de las fibras	$E_f$	209 GPa
Longitud de las fibras entre empotramientos	$L$	13 $\mu\text{m}$
Radio de las fibras	$R$	7.5 $\mu\text{m}$

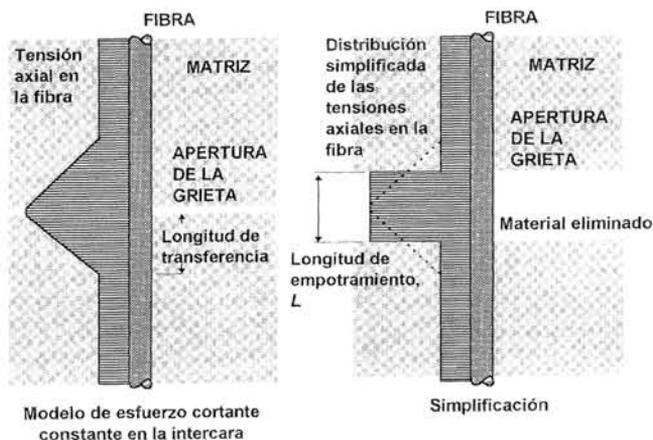


Fig. 3. Simplificación de la distribución de las tensiones axiales en la fibra y definición de la longitud de fibra entre empotramientos como aquella que proporciona el mismo alargamiento de la fibra. Obsérvese que, a ambos lados de la grieta en la matriz, se elimina una zona de material compuesto y sus efectos se desprecian en los cálculos.

(geometría típica de los haces de SiC/SiC en materiales tejidos en 2 direcciones (9,10)). Los datos empleados en los cálculos se recogen en la Tabla I. La Fig. 3 muestra la definición de la longitud entre empotramientos,  $L$ , como aquella que produce el mismo alargamiento de la fibra con un modelo simplificado de la distribución de la tensión axial sobre la fibra. Obsérvese que el modelo supone que las indentaciones se producen en el interior del material compuesto y no sobre su superficie, de modo que el efecto de la capa superficial que corresponde con la longitud de transferencia de la carga se desprecia. Las Figs. 4.a y 4.b muestran el reparto de carga tras la rotura de una fibra entre las fibras intactas en función de su distancia a la fibra rota. Cuando se representa en escala doble logarítmica, Fig. 4.b, resulta patente que la reducción de carga que soporta la fibra rota se transfiere a las fibras vecinas intactas de acuerdo con las distancias elevadas a un exponente de  $-2/4$  tras la rotura de la primera fibra. Se concluye, por tanto, que la hipótesis de un reparto global de la carga conduce a subestimar enormemente la carga sobre las fibras más próximas a la fibra rota.

El mismo modelo se puede emplear cuando la fracción de fibras rotas es mayor. En este caso las redistribuciones se aproximan progresivamente a la hipótesis de un reparto global.

Como consecuencia inmediata de esta localización de la transferencia, la carga máxima que puede soportar el haz de fibras en el interior de una matriz frágil se reduce por debajo de la que se deriva de un cálculo que suponga una transferencia global. Para un haz de SiC/SiC el modelo global sobreestima su resistencia a la tracción entre un 10 y un 15%.

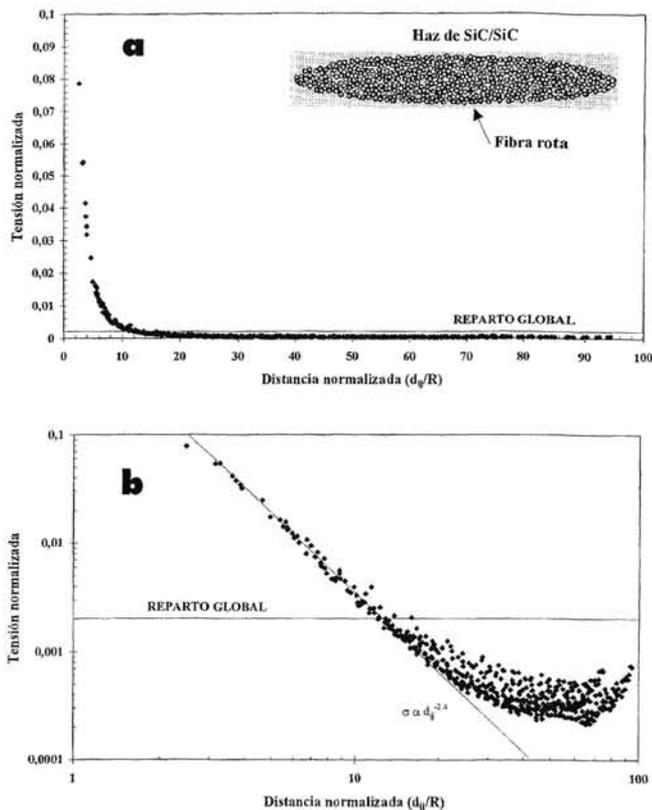


Fig. 4. a) Transferencia de la carga que soportaba la fibra rota a las fibras intactas, en función de la distancia a la fibra rota. Haz de SiC/SiC compuesto de 500 fibras. b) Transferencia de la carga que soportaba la fibra rota a las fibras intactas, en función de la distancia a la fibra rota. Haz de SiC/SiC compuesto de 500 fibras. En escalas logarítmicas.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco de un proyecto Brite-EuRam (BE-5462), financiado por la Unión Europea, dirigido por Rolls-Royce plc (Reino Unido) y en colaboración con SNECMA (Francia) y SEP (Francia). Se agradece la financiación del CEIT por parte de Rolls-Royce plc, SNECMA y SEP. Igualmente se agradece a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) y la Viceconsejería de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco la financiación de los equipos de nanoindentación. M.R.E., I.P. y A.M.D. agradecen al Ministerio de Educación y Ciencia, al Departamento de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco y a la Comisión de la Unión Europea (Dirección General XII para la Ciencia, Investigación y Desarrollo), respectivamente, las becas recibidas. ♦

## BIBLIOGRAFÍA

1. J. Aveston, G.A. Cooper, A. Kelly, "The Properties of Fibre Composites", IPC Science and Technology Press, Guilford, Reino Unido, 15-26 (1971).
2. M.D. Thouless, A.G. Evans, "Effect of Pull-out on the Mechanical Properties of Ceramic-Matrix Composites". Acta metall. et materiala 36 [3] 517-522 (1988).
3. W.A. Curtin, "Theory of Mechanical Properties of Ceramic-Matrix Composites". J. Am. Ceram. Soc. 74, [11] 2837-2845 (1991).
4. B. Budiansky, J.W. Hutchinson, A.G. Evans, "Matrix Fracture in Fibre-Reinforced Ceramics". J. Mechanics and Physics of Solids 34, [2] 167-189 (1986).

5. A. Martín-Meizoso, J.M. Martínez-Esnaola, J.M. Sánchez, I. Puente, R. Elizalde, A.M. Daniel, M. Fuentes, "Modelling the Tensile Fracture Behaviour of the Reinforcing Fibre Yarns in Brittle Matrix Composites", en prensa: *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 20 (5) (1997).
6. A.S. Saada, "The semi-infinite elastic medium and related problems", pp. 395-428 en *Elasticity. Theory and Applications*. Pergamon Press, Oxford (Reino Unido) 1974.
7. H.M. Westergaard, "Galerkin vector, twinned gradient, and applications including effects of a single force", pp. 119-167 en *Theory of Elasticity and Plasticity*. Dover Publications, Inc., New York (EE.UU.) 1952.
8. J.M. Martínez Esnaola, A. Martín Meizoso, A.M. Daniel, J.M. Sánchez, M.R. Elizalde, I. Puente, M. Fuentes, "Localised Stress Redistribution after Fibre Fracture in Brittle Matrix Composites", en prensa: *Composites Part A* 28A 347-353 (1997).
9. E. Munier, J. Renard, M. Boussuge, "Finite Element Simulation of the Mechanical Behavior of Monolayer Bidirectional Woven SiC/SiC Composites", pp. 557-564 en *High Temperature Ceramic Matrix Composites*, Ed. R. Naslain, J. Lamon, D. Doumeings, Woodhead Publishing Ltd. (Reino Unido) 1993.
10. C. Labrugere, A. Guette, R. Naslain, L. Guillaumat, J. Lamon, "Etude des Composites 2D SiC/SiC et SiC/MAS-L". Laboratoire des Composites Thermostructuraux, Pessac, (Francia) 1994.

